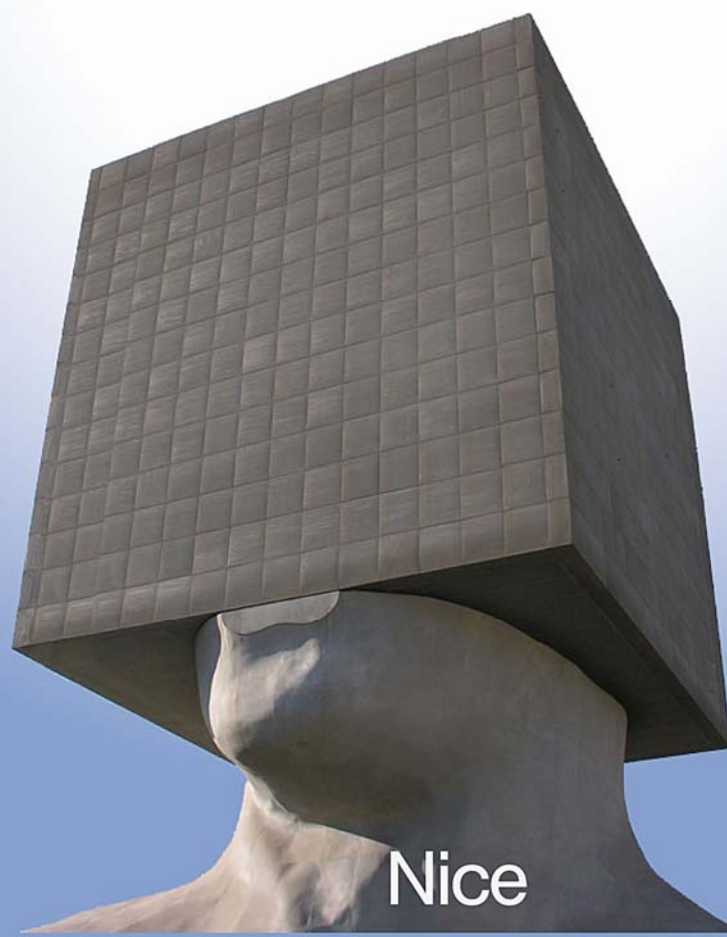


# Académie Méditerranéenne Interdisciplinaire des Connaissances



## LES PARADOXES LEGERS ET GRAVES

Philippe Boulanger,  
Créateur de la revue « Pour la Science »



Nice

# LES PARADOXES LÉGERS ET GRAVES

Philippe Boulanger, Créateur de la revue « Pour la Science »

Pensons au paradoxe du menteur, qui en disant je mens, ne mens pas, mais s'il ne ment pas le menteur dit la vérité et alors, ce disant, il ment mais s'il ment etc. Nous voilà pris dans un maelström neuronal. Le paradoxe contribue à notre bonheur de penser, élément de notre bonheur de vivre. Il nous fait rire de notre incapacité à bien comprendre ou plutôt de notre compréhension de notre propre incompréhension, ou encore de ne pas arriver à comprendre ce que nous ne comprenons pas.

1) Dans cette idée, citons Kierkegaard.

« Il ne faut pas penser de mal du paradoxe, cette passion de la pensée, et les penseurs qui en manquent sont comme des amants sans passion. C'est le paradoxe suprême de la pensée que de vouloir découvrir quelque chose qu'elle-même ne peut penser » (Sören Kierkegaard, Miettes philosophiques).

**Il y a les paradoxes légers et les paradoxes graves.**

*L'âge du Sapeur Camember*



2) Certains paradoxes, légers sont à la frontière du jeu de mots. Comme lorsque nous disons que, « Pour la course à pied, la légèreté est un atout de poids ». Et, dans cette veine, « Les gens qui ne rient jamais ne sont pas des gens sérieux ! ». Un autre paradoxe léger est celui du **Sapeur Camember** né un 29 février d'une année bissextile et qui n'a qu'un anniversaire tous les 4 ans, donc qui ne vieillit que d'une année tous les 4 ans. Là, il faut un peu de temps pour comprendre notre erreur. Dans le cas de Camember, il est dommageable pour la réflexion de confondre date anniversaire et année écoulée.

*Le temps peut-il varier ?*

3) Ce paradoxe de Camember est léger, mais il existe de très graves paradoxes liés au temps. « Le temps, je sais ce que c'est sauf quand on me le demande », écrivait Saint Augustin. Remarquons que toute évolution se mesure par rapport au temps, mais que l'évolution du temps par rapport à lui-même reste incompréhensible :

comment mesurer la vitesse du temps, en secondes par quoi ?

Pouvons-nous voyager dans le temps ? Le voyage vers le passé entraîne plus de difficulté que le voyage vers le futur.

*Difficiles voyages logiques dans le passé*

4) Connue sous le nom de « Paradoxe du grand-père », ce thème est surtout célèbre par le *Voyageur Imprudent* de Barjavel. Prototype du casse-cou en matière de causalité, il se rend dans le passé où il tue son ancêtre avant que celui-ci n'ait pu engendrer la lignée dont il est issu ! Être ou ne pas être s'interrogeait Hamlet ! L'existence de ce voyageur du temps est indécidable, ni vraie ni fausse, tenant dans la formule « être **et** ne pas être ».

Reprenons le raisonnement de Barjavel sur ce nouvel Œdipe, également parricide, mais avant d'avoir été conçu :

« Il a tué son ancêtre ?  
Donc il n'existe pas.  
Donc il n'a pas tué son ancêtre.  
Donc il existe.  
Donc il a tué son ancêtre.  
Donc il n'existe pas, etc ».

Le paradoxe n'est pas grave, dans la mesure où les voyages dans le temps ne sont pas « pour demain ». La version de l'illustration est plus soft : une petite fille voyage dans le temps et veut séduire son grand-père. Celui-ci ne se laisse pas ensorceler et ne se marie pas : donc la petite fille ne peut exister ... Notons que le paradoxe apparaît aussi s'il épouse sa petite fille ...  
Notons que la modification du passé ne peut pas ne pas modifier le présent et la science-fiction s'en est repue.

### *Achille et la tortue*

5) Le partage du temps donne lieu à des paradoxes gravissimes ainsi la seconde aporie de Zénon concerne la vaine poursuite de la tortue par Achille aux pieds légers : « Achille ne devancera jamais la tortue, car il doit d'abord atteindre la place d'où la tortue est partie. Pendant ce temps, la tortue prendra une certaine avance. Achille doit la regagner, et la tortue en profitera pour faire de nouveau un bout de chemin. Aussi s'en rapprochera-t-il toujours un peu plus, mais sans jamais l'atteindre exactement ». Cela fait partie des paradoxes grecs, parfois dénommés apories. Achille parcourt le chemin qui la sépare initialement de la tortue ; pendant ce temps la tortue a avancé et Achille parcourt à nouveau le chemin qui la sépare de la tortue et ainsi de suite...  
Notre logique et nos mathématiques doivent tout aux Grecs.

D'après Bergson, « Les philosophes ont réfuté cet argument de bien des manières et si différentes que chacune de ces réfutations enlève aux autres le droit de se croire définitive ».

### *Les machines infernales*

6) Dans la même veine, il y a le paradoxe de l'interrupteur : imaginons qu'une lampe reste allumée une minute, éteinte une demi minute, rallumée un quart de minute, et ainsi de suite indéfiniment. Cette série  $(1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + \dots)$  converge vers deux minutes : cette expérience de pensée a un terme bien défini. On s'attend donc à ce que la lampe soit allumée ou éteinte, après ce cycle d'allumages et d'extinctions successifs. Mais l'état de la lampe est indécidable, car il est impossible de préciser si l'interrupteur se trouve ou non enclenché au terme d'un nombre infini de poussées, vu qu'il n'existe **pas de dernière poussée** !

C'est le même paradoxe que celui d'Achille. Attention, ce n'est pas parce qu'une série est infinie qu'il n'y a **pas de dernier terme** : dans la liste infinie des nombres entiers positifs écrits par ordre alphabétique le dernier terme est zéro !

### *Le livre retourné*

7) Prenons un livre dont la couverture a un centimètre d'épaisseur, la première page un demi-centimètre d'épaisseur, la troisième un quart de centimètre, etc. Retournons ce livre de deux centimètres d'épaisseur et approchons le doigt : il est difficile de ne pas penser que nous allons toucher sa dernière page !

### *Les qualités de modestie*

Entremêlons nos paradoxes graves et légers de paradoxes moins scientifiques et voyons les paradoxes des qualités.

**8)** L'existence des qualités peut être suspecte : par exemple peut-on inventer des échelles dans la modestie ? Peut-on être qualifié d'homme le plus modeste. On ne peut certainement pas s'en vanter, mais alors une qualité uniquement qualitative ne vous permet pas de progresser : la modestie existe-t-elle ? « La fausse modestie est le plus sage de tous les mensonges » a dit Chamfort et La Rochefoucauld que « La modestie est le désir d'être loué deux fois ».

Philippe Bouvard a affirmé que la modestie amènent les autres à dire tout le bien que l'on pense de soi. « Sois modeste, c'est le genre d'orgueil qui déplaît le moins » a dit Jules Renard qui ajoutait, mon seul défaut, c'est d'être trop modeste.

Il n'empêche : appliquées à elles-mêmes, la modestie, la naïveté ou la spontanéité se détruisent. J'ai une petite histoire illustratrice à ce propos : Trois sortes de moines se rencontrent : un Bénédictin dit que l'important c'est la contemplation et que pour la contemplation, il ne craignait personne. Un Dominicain affirme que la vertu principale est l'éloquence et que pour l'éloquence il ne craignait personne. Le Franciscain, d'une voix timide affirme que la plus grande qualité était l'humilité et que pour l'humilité ... il ne craignait personne.

Notons que l'humilité est une qualité moderne, les Grecs ne pensaient pas que c'était une qualité ...

### *La banalité est impossible*

**9)** Prenons maintenant un défaut : il n'est pas si simple d'être le plus moyen possible, encore moins le plus banal. Avec cette approche sociale, nous touchons là un avatar du paradoxe de Bechembach : partageons toutes les personnes, vivantes ou mortes, en deux ensembles ; dans le premier, nous mettrons tous les sujets remarquables et dans le second, tous ceux qui ne le sont pas. Quelque part, dans le second ensemble, il y a l'être le moins remarquable et cette caractéristique le rend précisément très intéressant. Nous devons donc le transférer dans l'ensemble des V.I.P et le rayer de l'ensemble plébéien... qui peut, de proche en proche, par répétition du raisonnement, perdre tous ses éléments ! Il n'y a donc pas de petites gens : l'extension bénéfique de la pensée paradoxale, met un terme définitif à la lutte des classes ! Ce paradoxe vide de leur substance des adjectifs comme « intéressant », « banal » et même « paradoxal » : dans un livre sur les paradoxes, la phrase la plus paradoxale est une phrase non paradoxale.

### *L'existence de Dieu*

Continuons sur les qualités, mais les qualités divines.

**10)** Anselme de Cantorbery (1034-1109) prétendait disserter des qualités des choses divines pour prouver leur existence et sa preuve ontologique de l'existence de Dieu est un chef d'œuvre du sophisme. Examinons-là car Anselme joue avec et tire profit de l'infini alors que c'est un handicap pour les Grecs. Remarquons que Dieu et l'infini sont des structures proches.

Écoutons Anselme :

**11)** *Dieu s'il existe est parfait. Mais la perfection implique l'existence. L'existence est une qualité supérieure à l'inexistence, donc fait partie de la perfection. Comme Dieu a toutes les qualités, il doit exister, il existe donc... Et hop là !*

Voilà qui est néanmoins admirable et Anselme précise clairement la différence entre la réalité en pensée (laquelle peut être associée au nominalisme) et la réalité dans le monde. Et Anselme argumente de l'existence de Dieu en arguant encore de la plénitude : si Dieu était dans la seule intelligence, l'être qui est tel que rien de plus grand ne puisse être pensé serait tel que quelque chose de plus grand pût être pensé. Et comme rien ne peut être plus grand que Dieu.

*Dieu peut-il tout ?*

**12)** Le premier paradoxe de la toute-puissance est le paradoxe de la pierre. Il semble être connu depuis le XIIe siècle et a été discuté par Averroès (1126-1198) et Thomas d'Aquin (1224-1294). Il s'exprime sous la forme d'une question : Un être tout puissant peut-il créer une pierre si lourde qu'il ne puisse la soulever ? S'il ne peut créer une telle pierre, c'est qu'il n'est pas tout puissant. S'il le peut, alors puisqu'il ne pourra pas soulever la pierre créée, c'est qu'il n'est pas tout puissant. Conclusion : il n'existe pas d'être tout puissant.

Le même problème a été posé par les mathématiciens, et notamment par Descartes. Dieu est-il soumis aux lois des mathématiques qu'il a lui-même créées ? Il n'existe pas de bonne réponse à cette question hormis que l'omnipotence est impossible. Thomas d'Aquin répond que ce type de paradoxe se fonde sur une incompréhension de la toute-puissance. Un être tout puissant ne l'est que dans la mesure où ses actes ne s'opposent pas à la logique, c'est-à-dire ne sont pas des absurdités : qu'un être tout puissant crée une pierre qu'il ne pourra pas soulever est un non-sens puisque, faisant cela, il nierait son omnipotence ; d'après Thomas d'Aquin, il n'y a pas à se poser la question.

Le philosophe anglais contemporain Tzachi Zamir soutient que la toute-puissance inclut la possibilité de ne plus l'exercer et qu'un être tout puissant peut décider à tout moment, puisqu'il est libre, de ne plus l'être : un charpentier peut décider de construire un bateau si lourd qu'il sera incapable de le soulever une fois terminé. C'est la foi du charpentier, et l'omnipotence consiste à ne pas vouloir l'exercer.

*Existe-t-il quelque chose de plus grand ?*

**13)** Si Dieu est le plus grand de tout, la traduction mathématique est : Existe-t-il un ensemble plus grand que tous les autres ? La question a été d'importance en mathématiques où l'on sait classer même les ensembles infinis. La réponse est non : l'ensemble le plus grand, l'ensemble de tous les ensembles qui interroge son miroir sur sa grandeur reçoit une réponse négative : il n'existe pas d'ensemble plus grand que tous les autres.

Pourquoi : parce que l'ensemble de ses parties est toujours plus grand que lui-même, même pour un ensemble infini ...

*Robert Benchley*

**14)** Toujours dans la même veine de la répartition des ensembles, la phrase de Robert Benchley nous laisse dans la perplexité :

**15)** « Il existe deux sortes de gens : ceux qui croient que la population du monde peut être divisée en deux sortes de gens, et les autres. » ou en revenant aux qualités, la sentence d'Auguste Detoef : « Les hommes se répartissent en trois classes : les vaniteux, les orgueilleux, et les autres. Je n'ai jamais rencontré les autres ».

*Le contraire est vrai, mais le contraire du contraire aussi*

**16)** *Le paradoxe est une affirmation dont le contraire est vrai ou qui peut être contradictoire.* D'après Niels Bohr, cité par Abragam, il y a une grande différence entre vérité triviale et vérité profonde. Une vérité triviale est une affirmation dont l'opposé est faux ; une vérité profonde est une affirmation dont l'opposé est aussi une vérité profonde. Évoquant ensuite le caractère exécrationnel de leur collègue Wolfgang Pauli, Niels Bohr conclut : « Fondamentalement, Pauli était un homme modeste. » – Vérité profonde ! » répondit Abragam. Mais nous pouvons nous interroger : « Dire que le contraire d'une vérité profonde est une vérité profonde » est-elle une vérité profonde ?

Aphorisme analogue chez Oscar Wilde dans *La vérité des masques* : « Une vérité en art est celle dont le contraire est également vrai ». Auguste Detoef s'interrogeait aussi : « Laquelle de ces deux vérités est la vérité ? Il faut être très riche pour se permettre d'être honnête. Il faut être très très riche pour se

permettre de manquer d'honnêteté ».

Mais l'autocontradiction peut-être destructrice. Que pensez-vous de la phrase, « Les racistes sont des êtres inférieurs » ? Si vous dites cela vous êtes raciste envers les racistes et donc un être inférieur dont les jugements n'ont pas de grande valeur...

Ce qui nous conduit, pardonnez la cuistrerie, à la figure de style appelée astéisme où par une ironie ingénieuse et délicate on décerne, comme Crébillon, une louange sous forme de blâme : « Vous êtes trop belle Madame et rendez Dieu jaloux ». « Jamais un homme n'eut tant de solides vertus, il ne lui manquait que des vices » : Mme de Sévigné évoque ainsi la mémoire de Charles de Longueville, fils naturel de La Rochefoucauld, qui semblait avoir hérité du goût de son père pour le paradoxe.

L'illustrissime je mens

En revanche un paradoxe grave est quand je dis « Je mens », je mens en disant cela, donc je dis la vérité, ce qui est le contraire de ce que je veux dire ? Mais si je dis la vérité en disant je mens, alors je mens... Le tourbillon de la réflexion nous importe aux limites de la déraison. C'est un aphorisme d'Épiménides le Crétois, cité par Saint Paul. Il connaît de nombreux avatars dont le plus drôle est peut-être le « psychanalytique » : « Disons-le : le vrai, c'est seulement le non-dit ! »

On croit qu'à toutes les questions les réponses sont oui ou non. Un avocat fait remarquer le contraire au juge : « Me permettrez-vous, avec tout le respect que je dois à Votre Honneur, de vous poser cette question qui ne souffrira, je pense, de réponse ni par « oui » ni par « non » : quand vous êtes ivre, battez-vous votre femme ? »

En logique d'Aristote, l'intersection des vérités et des mensonges est vide, mais le logicien L.E.J. Brouwer a élaboré une logique à trois états, plus riche que celle d'Aristote dont le principe du tiers exclu refuse l'indécidabilité, cet état « exotique » de vérité.

Un important paradoxe grave est une propriété de l'ensemble des nombres (existe-t-il un ensemble plus petit que l'ensemble du continu et plus grand que l'ensemble du dénombrable ?) qui n'est ni vraie ni fautive, mais indécidable, comme l'ont montré Kurt Gödel et Paul Cohen.

**17)** Le théorème d'incomplétude de Gödel, indique que dans tout ensemble non contradictoire d'axiomes assez puissant (c'est-à-dire ayant un pouvoir d'expression suffisant pour qu'une phrase puisse se faire autoréférence) ne saurait répondre à toutes les questions qu'il peut susciter. En particulier, il ne peut déterminer sa propre vérité : si des mathématiques sont assez riches pour poser le problème de leur propre consistance (ou non contradiction), alors celle-ci ne peut être démontrée sans sortir du cadre strict de la discipline. La démonstration de Gödel qui prouve l'existence d'indécidables repose sur la mise au point d'une formule analogue au paradoxe d'Épiménides le Crétois qui affirme « Je mens ».

**18)** On peut revenir à Abélard et affirmer que la logique c'est la grammaire : dans la phrase je mens quel est le sujet, la phrase ou moi ?

Le paradoxe de la circulation routière

**19)** Je ne sais pas si vous êtes comme moi mais dans les hypermarchés, j'ai toujours l'impression que je suis dans la mauvaise file. Bien sûr cela résulte de ma propre impatience parce que s'il y a N files, le hasard fait qu'il y a  $N-1/N$  chances qu'il y ait au moins une file qui avance plus vite que la mienne. Pour trois files cela fait deux chances sur trois ...

Pour les voitures sur l'autoroute le paradoxe est amplifié par l'observation. Lors d'un trajet, nous compterons comme seconde positive une séquence où nous avons dépassé une ou plusieurs voitures, comme seconde négative pour notre moral, celles où nous sommes dépassés. Et bien il y aura au cours d'un trajet plus de secondes négatives que de secondes positives, même si nous allons à la même vitesse moyenne que toutes les autres voitures.

Bien sûr, dans un ralentissement, la majorité des secondes ne sont ni positives, ni négatives. La justification fondamentale de ces notions est qu'un sujet est relativement insensible à deux événements qui se produisent de manière rapprochée, par exemple deux dépassements dans la même seconde. Le décompte des secondes positives et des secondes négatives permet de mesurer la satisfaction ressentie par un automobiliste : s'il y a plus de secondes positives que de secondes négatives, il sera content et mémorisera qu'il a de la chance. Dans le cas contraire, il gardera le souvenir d'avoir été victime d'un mauvais sort. Dans les simulations réalisées, une proportion relativement faible d'instantanés d'une durée d'une seconde étaient des secondes positives ou des secondes négatives. Sur une période de 10 minutes, les chercheurs ont trouvé une moyenne de 76 des 600 secondes dans l'une des deux catégories. Les résultats des calculs concernant deux files dont aucune n'est vraiment plus rapide que l'autre indiquent que sur 600 secondes, 43 sont négatives et 33 positives. Il y a donc 1,3 fois plus de secondes négatives —laissant un sentiment désagréable— que de secondes positives —procurant une satisfaction au conducteur. Cette inégalité entre les deux types d'instantanés fournit une explication raisonnable à l'illusion de la mauvaise file, qui est donc non seulement réelle mais compréhensible.

Et en plus il y a le paradoxe du cycliste : pour une vitesse moyenne donnée, nous passons plus de temps à faible vitesse qu'à grande vitesse. Le cycliste ne se souvient que des montées pénibles où il a passé beaucoup de temps que des descentes rapides ...

### Un paradoxe du Droit

**20)** Pour terminer sur un paradoxe plus riant, envisageons le droit qui n'est qu'une ébauche de résolution de conflits d'intérêts. Me Dudoux vint demander à Me Henri Robert de lui enseigner l'éloquence. Il fut entendu que les cours seraient à forfait : le prix était de dix mille francs, que l'élève paierait s'il gagnait sa première cause. Les choses traînent en longueur, l'étudiant se trouve négligé et soudain avise son maître qu'il renonce. « Et mes dix mille francs ? » l'interroge Me Robert. « Je ne vous dois rien ! » répond l'étudiant. On s'en va donc plaider devant la sixième Chambre.

Me Dudoux : « Je n'ai rien à payer : si je gagne le procès, vous aurez décidé que je ne dois rien ; si je le perds, notre convention (avec Me Robert) porte que je sois quitte.

Me Robert : « Point du tout ! Car si Me Dudoux perd le procès, votre jugement l'oblige à me payer, et s'il le gagne, c'est notre convention » (Jean Paulhan, Les Fleurs de Tarbes).

En fait c'est Me Robert qui avait raison : une convention a force de loi, sauf si elle est contraire à la loi...

### Comédie pour archevêque ?

**21)** Bien sûr, il y a une part de futilité dans tout cela et ces considérations qui nous amusent un moment ne nous empêchent pas de vivre. Quoique. Un psychanalyste, Paul Watlawick, de l'École de Palo Alto, a affirmé que les injonctions paradoxales du genre « Décontractez-vous », « Vivez votre vie », « Désobéissez-moi » ou « Soyez spontanés » créent des troubles psychologiques. Que doit faire l'enfant à qui l'on enjoint de désobéir. Existe-t-il des écoles d'improvisation ?

### Conclusion

Les paradoxes constituent un « pont dangereux » entre « littéraires » et « scientifiques » : les premiers se reconnaîtront dans les paradoxes du langage, les oxymorons et, autres figures de rhétorique, les formes autoréférentielles. Les seconds apprécieront les paradoxes de la théorie des ensembles, les pathologies mathématiques productives et les implications étranges de la physique moderne où les interdictions sont utilisées à profit. Il est des paradoxes légers, ils sont littéraires et quelquefois traumatisants, il est des paradoxes graves qui ont remis en question les sciences les plus abstraites. Et les uns alimentent les autres. Il est quelquefois difficile de distinguer un paradoxe grave d'un paradoxe léger. Les exemples pullulent de cette ambiguïté. Disons que le paradoxe léger est plus amusant que le paradoxe grave, ce qui n'a rien de paradoxal. Quand Sacha Guitry dit que les célibataires sont les seuls qui prennent le mariage au sérieux, le

paradoxe recèle une part de vérité ironique. Sacha Guitry joue aussi sur l'ambiguïté de l'expression « avoir ce qu'on mérite » : « Il y a des hommes qui n'ont que ce qu'ils méritent ; les autres sont célibataires ». Et « Parmi tous les hommes que je n'aime pas, mon mari est celui que je préfère » se targuait Mme de Staël. Le paradoxe léger fait rire en ce qu'il nous dévoile tout haut ce que nous n'osions pas nous avouer tout bas. Il joue sur le sens des mots : « Je suis contre les femmes, tout contre. » affirmait aussi Sacha Guitry. Mais les jeux de la logique et du langage sont totalement imbriqués. Et cela, excusez du peu, est une remarque profonde qu'Abélard connaissait déjà.